Method of deduction

FORMAL PROOF OF VALIDITY

সত্যসারণী গঠন করে একটি যুক্তি বৈধ কি অবৈধ তা সহজেই নির্ণয় করা যায়, কিন্তু সত্যসারণীর সাহায্যে যুক্তির বৈধতা বিচার সম্ভব হলেও বাস্তবে এই পদ্ধতি প্রয়োগের কিছু অসুবিধা আছে। ~~যেমন~~, যখন কোনো যুক্তির উপাদানে বচনের সংখ্যা অনেক বেশি হয়, সেক্ষেত্রে সত্যসারণীটি এমন জটিল ও দীর্ঘ আকার ধারণ করে যে তার বৈধতা বিচার করা কঠিন হয়ে দাঁড়ায়, সেই কারণে অধিক সংখ্যক যুক্তিবাক্যের সমন্বয়ে গঠিত যুক্তির বৈধতা প্রমাণের জন্য অধিকতর কার্যকর একটি পদ্ধতির কথা যুক্তিবিজ্ঞানীগণ চিন্তা করেছেন, এই পদ্ধতির নাম দেওয়া হয়েছে অবরোহ পদ্ধতি (The method of deduction) বা বৈধতার আকারগত প্রমাণ (Formal Proof of Validity)

সত্যসারণীর সঙ্গে এই পদ্ধতির প্রধান পার্থক্য হল — সত্যসারণী যুক্তির বৈধতা বিচার পদ্ধতি বা নির্ণয় পদ্ধতি (Decision Procedure), অপরদিকে আকারগত বৈধতা প্রমাণ পদ্ধতি হল যুক্তি প্রমাণের পদ্ধতি (Proof procedure)

Decision Procedure: যে পদ্ধতি প্রয়োগ করে বলা যায় কোন যুক্তি বৈধ না অবৈধ তাকে Decision Procedure বলা হয়,

যেমন — ভেনচিত্র, সত্যসারণী পদ্ধতি ইত্যাদি,

Proof Procedure - যে পদ্ধতির সাহায্যে একটি বৈধ যুক্তিকে বৈধ রূপে বা একটি অবৈধ যুক্তিকে অবৈধ রূপে প্রমাণ করা যায় তাকে Proof Procedure বলা হয়।

সংজ্ঞা: বৈধতার আকারগত প্রমাণের সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলা যেতে পারে যে, একটি প্রদত্ত যুক্তির বৈধতার আকারগত প্রমাণ হল এমন একটি পদ্ধতি যার সাহায্যে প্রদত্ত যুক্তির সিদ্ধান্তকে তার যুক্তিবাক্যগুলি থেকে কতকগুলি ধারাবাহিক বৈধ মৌলিক যুক্তির সাহায্যে নিষ্কাশিত করা হয়; এর ফলে এমন কয়েকটি ধারাবাহিক বাক্য পাওয়া যায় যেগুলি হয় ঐ যুক্তির আশ্রয়বাক্য অথবা পূর্ববর্তী আশ্রয়বাক্য থেকে নিঃসৃত সিদ্ধান্ত এবং শেষ বাক্যটি হবে ঐ যুক্তির সিদ্ধান্ত যার ও বৈধতা প্রমাণ করা হচ্ছে।

মৌলিক বৈধ যুক্তি: (Elementary valid Argument)

→ মৌলিক বৈধ যুক্তি হল ~~এমন একটি~~ একটি মৌলিক বৈধ যুক্তির আকারের প্রতিন্যাসনের দৃষ্টান্ত। এই প্রসঙ্গে মনে রাখতে হবে যে, যে কোন মৌলিক

বৈধ যুক্তির আকারের ক্ষেত্রে প্রতিস্থাপিত উদাহরণ একটি মৌলিক বৈধ যুক্তি। যেমন —

$A \supset B$
A
$\therefore B$

যুক্তির মৌলিক বৈধ যুক্তির আকার →

$p \supset q$
p → Modus ponens
$\therefore q$

→ এই পদ্ধতিতে বচনগুলি স্বতঃসত্য সূত্রের সাহায্যে আশ্রয়বাক্য থেকে ক্রমানুসারে সিদ্ধান্ত ~~নি~~ ~~গঠিত~~ করে অনুসৃত করতে হয়। এই পদ্ধতির সূত্রগুলি দুই ধরনের — অনুমানের সূত্র (Rules of Inference) এবং প্রতিস্থাপনের সূত্র (Rules of Replacement)। যুক্তি বিজ্ঞানী I. M. Copi অনুমানের ৯টি সূত্রের উল্লেখ করেছেন —

অনুমানের সূত্র:

1) $p \supset q$ → Modus ponens (M. P)
p
$\therefore q$

2) $p \supset q$ → Modus Tollens (M. T)
$\sim q$
$\therefore \sim p$

9) $P \supset Q$ → Hypothetical syllogism
$Q \supset R$ H.S
$\therefore P \supset R$

8) $P \vee Q$
$\sim P$ → Disjunctive syllogism
$\therefore Q$ D.S

6) $(P \supset Q) \cdot (R \supset S)$ → Constructive
$P \vee R$ Dilemma
$\therefore Q \vee S$ ϕ C.D

5) $P \supset Q$
$\therefore P \supset (P \cdot Q)$ → Absorption
Abs

4) $P \cdot Q$ — Simplification
$\therefore P$ Simp

3) P
Q → Conjunction
$\therefore P \cdot Q$ Conj

2) P
$\therefore P \vee Q$ → Addition
Add.

Scanned with CamScanner
Scanned with CamScanner

অঙ্কের প্রয়োগ:

1) P · Q
2) (P ∨ R) ⊃ S / ∴ P · S

3) P — 1 Simp.
4) P ∨ R 3 Add
5) S — 2, 4 M.P
6) P · S — 3, 5 Conj.

নিয়মাবলী:

1) প্রথমে প্রদত্ত যুক্তিবাক্যগুলিকে 1, 2, 3 প্রভৃতি সংখ্যার দ্বারা চিহ্নিত করে নিতে হবে।

2) প্রদত্ত সিদ্ধান্তটিকে সবশেষের যুক্তিবাক্যের ডানদিকে একটি তির্যক রেখা (Slash) টেনে তারপর "সুতরাং" ∴ চিহ্ন বসিয়ে তারপর লিখতে হবে, যেমন, উপরের যুক্তিতে "/ ∴ P·S" এইভাবে সিদ্ধান্ত লেখা হয়েছে।

3) যুক্তিবাক্য থেকে নিঃসৃত প্রতিটি ~~বাক্যের~~ ~~~~ বাক্যকে ক্রমিক (5, 6, 7) সংখ্যা দিয়ে আশ্রয়বাক্যগুলির পরে চিহ্নিত করতে হবে। সবশেষে সিদ্ধান্ত নিঃসৃত হলে তাকে ক্রমিক সংখ্যার দ্বারা চিহ্নিত করতে হবে।

4) যুক্তিবাক্য থেকে নিষ্কাশিত প্রতিটি বাক্যের পাশে নিয়মের উল্লেখ করতে হবে।

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

RULE OF REPLACEMENT

যে নয়টি অনুমানের সূত্রের (Nine rules of Inference) উল্লেখ আগে করা হল সেগুলি কিন্তু যুক্তির বৈধতার আকারগত প্রমাণের জন্য যথেষ্ট নয়। এখানে অনেক বৈধ সত্যাপেক্ষ যুক্তি আছে যাদের বৈধতা প্রমাণ ঐ নটি অনুমানের সূত্রের দ্বারা সম্পন্ন করা যায় না। তাই তর্কবিজ্ঞানীগণ মনে করেন আরও কিছু নিয়মের প্রয়োজন আছে। তাই আকারগত বৈধতা প্রমাণের ক্ষেত্রে আরও কিছু নতুন নিয়ম যুক্ত হয় যেগুলিকে বলা হয় প্রতিস্থাপনের সূত্র। প্রতিস্থাপন অর্থাৎ সমমূল্য আকারে থাকলে একটি বাক্যের পরিবর্তে অন্যটি প্রতিস্থাপন করা যায়। প্রতিস্থাপনের সূত্র 10টি।

* <u>অনুমানের সূত্রের মধ্যে পার্থক্য</u>:–

i) অনুমানের সূত্র সম্পূর্ণ যুক্তির মধ্যে প্রয়োগ করতে হয় কিন্তু প্রতিস্থাপনের সূত্র, সমমূল্য আকারে থাকলে যুক্তির যে কোন অংশে প্রয়োগ করা যায় একটি বচনের একটি অংশেও প্রয়োগ করা যায়।

ii) অনুমানের সূত্রের প্রয়োগ ক্ষেত্র খুব সীমিত কিন্তু প্রতিস্থাপনের সূত্রের প্রয়োগ ক্ষেত্র ব্যাপক — যে কোন প্রসঙ্গে, যে কোন সময়ে প্রতিস্থাপন সূত্রের প্রয়োগ করা যায়। সমমূল্য আকারে থেকে কেবল-

সত্য বিকৃতি ঘটবে প্রতিস্থাপিত করা হয়।

* যে সূত্রের মাধ্যমে একটি বচনের স্থলে তারই সমমানের আর একটি বচন বসানো যায় তাকে প্রতিস্থাপনের সূত্র বলা হয়। যুক্তিবিজ্ঞানী Copi এরকম দশটি প্রতিস্থাপনের সূত্রের উল্লেখ করেছেন। এই সূত্রগুলি হল —

10) $\sim(P \cdot Q) \equiv (\sim P \vee \sim Q)$ → De Morgan's Theorems (De.M)
$\sim(P \vee Q) \equiv (\sim P \cdot \sim Q)$

11) $(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)$ → Commutation (Com)
$(P \cdot Q) \equiv (Q \cdot P)$

12) $[P \vee (Q \vee R)] \equiv [(P \vee Q) \vee R]$ → Association (Assoc)
$[P \cdot (Q \cdot R)] \equiv [(P \cdot Q) \cdot R]$

13) $[P \cdot (Q \vee R)] \equiv [(P \cdot Q) \vee (P \cdot R)]$ → Distribution (Dist)
$[P \vee (Q \cdot R)] \equiv [(P \vee Q) \cdot (P \vee R)]$

14) $(P \equiv \sim\sim P)$ - Double Negation (D.N)

15) $(P \supset Q) \equiv (\sim Q \supset \sim P)$ - Transposition (Trans)

16) $(P \supset Q) \equiv (\sim P \vee Q)$ - Material Implication (Impl)

17) $(P \equiv Q) \equiv [(P \supset Q) \cdot (Q \supset P)]$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

$(P \equiv Q) \equiv [(P \cdot Q) \vee (\sim P \cdot \sim Q)]$ – Material Equivalence (Equiv)

18) $[(P \cdot Q) \supset R] \equiv [P \supset (Q \supset R)]$ – Exportation (Exp).

19) $P \equiv (P \vee P)$ – Tautology (Taut)
$P \equiv (P \cdot P)$

19 Rules এর প্রয়োগ:

1) $A \supset B$
2) $A \vee B$ / ∴ B
3) $\sim B \supset \sim A$ – 1 Trans
4) $\sim\sim A \vee B$ — 2 D.N
5) $\sim A \supset B$ — 4 Impl
6) $\sim B \supset B$ — 3, 5 H.S
7) $\sim\sim B \vee B$ — 6 Impl
8) $B \vee B$ – 7 D.N
9. B – 8 Taut.

অবৈধতা প্রমাণ: (Proof of Invalidity)

বৈধতার আকারগত প্রমাণের সাহায্যে যুক্তির বৈধতা বিচার করা হয়, কিন্তু কোন যুক্তির বৈধতার আকারগত প্রমাণ গঠন করতে ব্যর্থ হলেই যুক্তিটিকে অবৈধ বলা যায় না, এটি হতে পারে আমরা

প্রয়োগেই অপরিহার্য করিল, যুক্তিটির বৈধতা প্রমাণ করতে অপেক্ষাকৃত কম পরিশ্রম হয় না যে, যুক্তিটি অবৈধ, যুক্তির অবৈধতা প্রমাণের অন্য প্রমাণ আছে।

যুক্তির অবৈধতা প্রমাণের জন্যে সত্যসারণী গঠন পদ্ধতির সংক্ষিপ্ত রূপ রয়েছে। এই পদ্ধতিটি সত্যসারণী গঠন পদ্ধতির তুলনায় অনেক সংক্ষিপ্ত, এই পদ্ধতিকে বলা হয় অর্থমূল্য আরোপণের পদ্ধতি, সত্যসারণীর যেগুলি সারি গঠন করা হয়, তার অন্তত একটি সারীতে যদি দেখা যায় যে আশ্রয়বাক্যগুলি সত্য হওয়া সত্ত্বেও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়েছে তাহলে সেই যুক্তিটির আকারকে অবৈধ বলে গণ্য করা হবে। যুক্তির অবৈধতা প্রমাণের ক্ষেত্রে সমগ্র সত্যসারণী গঠন করতে হয় না, কেবল যদি দেখা যুক্তির সরল উপাদান বাক্যগুলিতে এমনভাবে সত্যমূল্য আরোপ করা যায় যাতে যুক্তিটির আশ্রয়বাক্য সত্য ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা হয়, তাহলেই সেই যুক্তিটি ও যুক্তির আকারটি অবৈধ বলে গণ্য হবে।

উদাঃ যদি ফাতিমা আসে তবে শ্যামা আসে
যদি মিতা আসে তবে শ্যামা আসে
সুতরাং, যদি ফাতিমা আসে তবে মিতা আসে

সাংকেতিক রূপ:
$F \supset S$
$M \supset S$
$\therefore F \supset M$

07 AUG 2015 FRI
WK 32 219-146

F	S	M	F ⊃ S	M ⊃ S	F ⊃ M
T	T	F	T T T	F T T	T F F

কারণিক যুক্তিতে আশ্রয়বাক্যগুলি সত্য হলেও নিঃ সিদ্ধান্ত মিথ্যা হওয়ায় যুক্তির আকারটি অবৈধ।

Quantification Theory

পরিমাণসূচকের প্রয়োজনীয়তা: যখন কোন যুক্তির অন্তর্ভুক্ত একটি আশ্রয়বাক্য বিশিষ্ট বচন (singular proposition) হয় তখন সেই যুক্তির বৈধতা প্রমাণের জন্য পরিমাণসূচক তত্ত্বের প্রয়োজন হয়।

তাছাড়া আদর্শ আকারের নিরপেক্ষ বচন দ্বারা গঠিত যুক্তির বৈধতা প্রমাণ সত্যসারণি পদ্ধতি বা আকারগত বৈধতা প্রমাণের ১৯টি সূত্রের মাধ্যমে করা সম্ভব নয়। এই সকল বচনগুলির জন্য যুক্তিবিজ্ঞানে পরিমাণসূচক তত্ত্ব আবিষ্কৃত হয়। Gottlob Frege একজন বিখ্যাত জার্মান তর্কবিদ এবং আধুনিক তর্কবিদ্যার প্রতিষ্ঠাতা, তিনি পরিমাণসূচক তত্ত্ব আবিষ্কার করেন।

পরিমাণের দিক দিয়ে বচন তিন প্রকার। —

i) সামান্য বচন — সকল মানুষ হয় মরণশীল

ii) অস্তিত্বসূচক বচন — কোন কোন মানুষ হয় সৎ

iii) একব্যক্তিক বচন — সক্রেটিস হন মানুষ।

Singular proposition (একব্যক্তিক বচন)

অযৌগিক বচনগুলির মধ্যে সরলতম বচন হল বিশিষ্ট বচন, একটি সদর্থক বিশিষ্ট বচন ঘোষণা করে যে, একটি বিশেষ ব্যক্তি বা বস্তু কোন নির্দিষ্ট গুণের অধিকারী, যেমন — সক্রেটিস একজন দার্শনিক — এই বচনের উদ্দেশ্য পদটি একটি বিশেষ ব্যক্তি বা বস্তুকে নির্দেশ করে এবং বিধেয় পদটি এমন কোন গুণকে সূচিত করে যা বিশেষ ব্যক্তি বা বস্তুটির অধিকারে আছে, বিশিষ্ট বচনকে প্রতীকে প্রকাশ করা হয়. এইভাবে 'Ps' 'P' হল 'Philosopher' বা দার্শনিকের প্রতীক, 's' হল নামের প্রতীক, এগুলিকে নামবাচক বচনও বলা হয়। এই বচনগুলির ক্ষেত্রে কোন পরিমাণসূচক শব্দ ব্যবহৃত হয় না, এই ধরনের বচনে 'বিধেয় পদ' বা 'ব্যক্তির গুণ' বা বিশেষণকে বড় হাতের বর্ণমালার বড় অক্ষরে (Capital letter) প্রকাশ করে প্রথমে বসাতে হয়, এবং নামটি ছোট হাতের বর্ণমালার ছোট অক্ষরে (small letter) প্রকাশ করা হয়, 'নাম' প্রতীক — সর্বদা বিধেয়ের পরে বসে, যেমন — 'রাম মরণশীল', এখানে 'মরণশীল' (Mortal) - এর 'M' হবে এবং 'রাম' 'r' হবে। প্রতীক হবে Mr,

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

ব্যক্তি বা বস্তুকে নির্দেশ করার জন্য a…w বর্ণগুলি প্রতীক হিসাবে ব্যবহার করতে হবে, এই প্রতীকগুলিকে বলা হয় 'Individual Constant' (ব্যক্তিবাচক), যাবতীয় বিশেষ্য বচনের নমুনা বোঝানোর জন্য যে প্রতীক ব্যবহার করা হয় তাকে 'Individual Variable' বলে। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় — রাম হয় মানুষ, শ্যাম হয় মানুষ, যদু হয় মানুষ, সক্রেটিস হয় মানুষ ইত্যাদি। এই সকল বিশেষ্য বচনগুলির সাধারণ নমুনা বোঝানোর জন্য 'Hx' প্রতীকটি ব্যবহার করা যায়, কেননা উপরিউক্ত উদাহরণে উল্লেখিত রাম, শ্যাম, যদু ইত্যাদি প্রত্যেকেই 'Human Being' যেমন প্রত্যেক বিশেষ্য বচনের সাধারণ নমুনা হল 'Hx', যেখানে 'x' হল ব্যক্তিবাচক অর্থাৎ ব্যক্তিকে স্থান নির্দেশক সূচক। 'Hx' হল বচনাপেক্ষক (Propositional function)

বচনাপেক্ষক ও বচনের মধ্যে পার্থক্য:

বচনকে সত্য বা মিথ্যা বলা যায়, কিন্তু বচনাপেক্ষক কখনও সত্য বা মিথ্যা হতে পারে না। 'Hx' বা 'Px' বা 'Mx' হল বচনাপেক্ষক। অপরদিকে 'x' এর স্থানে যখন কোনো বিশিষ্ট নাম বসানো হয় তখন তা হল বচন।

Scanned with CamScanner
Scanned with CamScanner

পরিমাণক পদ্ধতিতে সামান্য ও বিশেষ বচনের প্রতীকীকরণ :→

পরিমাণসূচক তথ্যের সার্বিক বচনকে প্রকাশ করার জন্যে বিশেষ পরিমাণক হল – 'Given any x', 'Given any x' এই অনুমতিকে প্রকাশ করা হয় (x) (বা All x) এই প্রতীক দ্বারা, যেমন – সকল মানুষ হয় মরণশীল (A), সামান্য বচনের পরিমাণসূচক প্রতীক (x), মানুষ (Human Beings) - এর প্রতীক হল 'H' এবং মরণশীল - এর প্রতীক 'M' তাহলে এর প্রতীকী আকার প্রকাশ করতে পারি এভাবে —

সামান্য বচন

A – (x) (Hx ⊃ Mx) → যেখানে লক্ষ্যনীয় সামান্য বচনের অন্তর্ভুক্ত হবে '⊃' চিহ্ন, যেহেতু বচনটি প্রাকল্পিক। পরিমাণসূচক অর্থে 'x' এর পরিধি (Scope) নির্ণয় করার জন্য এখানে বন্ধনী অপরিহার্য।

E – কোন মানুষ নয় অমর P
(x) (Hx ⊃ ~Px)

বিশেষ বচন: বিশেষ বচন বলতে 'I' এবং 'O' বচনকে বোঝায়। বিশেষ বচনের পরিমাণক চিহ্ন 'There is at least one' একে প্রতীকে প্রকাশ করা হয় "(∃x)" অর্থাৎ 'Universal Quantifier' হল (x) এবং (∃x) হল Existential Quantifier,

Scanned with CamScanner
Scanned with CamScanner

I- কোন কোন মানুষ হয় মরণশীল
(∃x) (Hx · Mx)

O → কোন কোন মানুষ নয় মরণশীল
(∃x) (Hx · ~Mx)

NORMAL FORM ফর্মুলা:

যে সূত্রে নঞর্থক চিহ্ন কেবলমাত্র সরল বিধেয়তে ব্যবহৃত হয়, তাকে নর্মাল ফর্ম ফর্মুলা বলা হয়। সার্বিক ও বিশেষ বচনের মধ্যে যে একটি সম্বন্ধ আছে তা এই ফর্মুলার মাধ্যমে দেখান হয়।

1) $[(x)\ \Phi x] \equiv \sim[(\exists x) \sim \Phi x]$
2) $[(\exists x)\ \Phi x] \equiv [\sim(x) \sim \Phi x]$
3) $[(x) \sim \Phi x] \equiv [\sim(\exists x)\ \Phi x]$
4) $[(\exists x) \sim \Phi x] \equiv [\sim(x)\ \Phi x]$

Rule of Q.N or Q.E

Q.N Rule:-

এক পরিমাণক থেকে অন্য পরিমাণকে রূপান্তরিত করা যায়, অর্থাৎ সার্বিক বচনকে বিশেষ বচনে এবং বিশেষ বচনকে সার্বিক বচনে রূপান্তরিত করার যে সূত্র তাকে বলা হয় Quantifier Exchange বা অন্তর্ভাব Q.E, কিন্তু যুক্তিবিজ্ঞানী কোপি

বলেন, যেহেতু এক পরিমাণক থেকে অন্য-পরিমাণকে রূপান্তর করার জন্য নর্মাল ফর্ম এ যাওয়ার দ্বারা অন্য বিধেয়ের আগে নঞর্থক চিহ্ন ব্যবহার করে, সেজন্য-তিনি 'ф.E' সূত্রের নাম পরিবর্তন করে 'ф.N' সূত্র নামে অভিহিত করেন।

(ф চিহ্ন phi)

বিভিন্ন ধরনের জটিল ও যৌগিক বচনকে পরিমাণকে প্রতীকায়িত করার কিছু নিয়ম: —

1) একই উদ্দেশ্যের যদি বিভিন্ন ভিন্ন গুণ বা বিশেষণ কে বিধেয়কে নির্দেশ করে, তবে সেক্ষেত্রে 'এবং' এর প্রতীকরূপে 'v' চিহ্ন ব্যবহৃত হবে।

যেমন: — সকল আপেল হয় সুস্বাদু এবং পুষ্টিকর।

$(x)\ [Ax \supset (Tx \vee Px)]$

2) ভিন্ন ভিন্ন উদ্দেশ্য যদি বিভিন্ন ভিন্ন গুণকে বা বিধেয়কে বোঝায় তখন উদ্দেশ্যের স্থানে '(v)' চিহ্ন এবং বিধেয়ের 'এবং' এর প্রতীক '.' থাকবে।

সকল আপেল এবং পেয়ারা হয় সুস্বাদু এবং পুষ্টিকর

$(x)\ [(Ax \vee Gx) \supset (Tx \cdot Px)]$

3)